

## توصیف فرکتالی تاج پوشش درختان و چگالی ظاهری خاک در جنگل‌های زاگرس (مطالعه موردی: منطقه حفاظت شده بیستون)

شایسته غلامی<sup>۱\*</sup> و احسان صیاد<sup>۱</sup>

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۰/۱۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۳/۱۹)

### چکیده

در اکوسیستم جنگلی زاگرس، تغییرات مکانی ویژگی‌های خاک و پوشش گیاهی تحت تأثیر مجموعه‌ای از عوامل فیزیکی و زیستی شامل توپوگرافی و عوامل انسانی بوده و الگوی توزیع آنها دارای نوسانات بسیار است. در این پژوهش از زمین آمار و نظریه فرکتال به منظور بررسی تغییرات مکانی تاج پوشش درختان و چگالی ظاهری خاک در بخشی از جنگل‌های زاگرس در استان کرمانشاه استفاده شد. بررسی ساختار مکانی از طریق محاسبه اریوگرام و بعد فرکتال انجام شد. نتایج نشان دادند که هیچ‌کدام از ویژگی‌ها، خودهمبستگی ندارند که در واقع تایید کننده عدم وجود ساختار مکانی مشخص آنهاست. اگرچه چگالی ظاهری خاک دارای ساختار مکانی متوسط با مدل سقف‌دار (نمایی) است، اما این ساختار قابل توجه نیست و با بررسی خودهمبستگی، اثری از همبستگی مکانی دیده نشد. بررسی نحوه پراکنش و رفتار فرکتالی متغیرها نشان داد که نوسانات شدیدی در منطقه وجود دارد و تغییرات مکانی دارای ساختار و نظام‌مندی مشخصی نیستند و مقدار بعد فرکتالی هردو نیز بالاست. به‌طور کلی به نظر می‌رسد که به علت تخریب و فشار بر اکوسیستم، همبستگی مکانی متغیرها کم شده به گونه‌ای که مقادیر عددی آنها را می‌توان مستقل از یکدیگر در نظر گرفت.

واژه‌های کلیدی: ساختار مکانی، بعد فرکتال، زمین آمار، خودهمبستگی

۱. گروه منابع طبیعی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: Shaiestegholami@gmail.com

## مقدمه

تجزیه و تحلیل تغییرات مکانی و زمانی ویژگی‌های محیطی مانند خاک و گیاه نیازمند به‌کارگیری مفاهیم و روش‌های آماری ویژه است (۸). در سال‌های اخیر جهت تجزیه و تحلیل این گونه داده‌های مکانی از مجموعه ابزارهای آماری که توانایی به‌کارگیری هم‌زمان اطلاعات کمی و عددی متغیر مورد نظر و اطلاعات مربوط به موقعیت نسبی جغرافیایی داده‌ها را دارند، استفاده می‌شود. این مجموعه‌ی آماری را آمار مکانی می‌نامند (۳). زمین آمار شاخه‌ای از آمار مکانی، مبتنی بر نظریه‌ی متغیر ناحیه‌ای است که رسالت اساسی آن، مدل‌سازی متغیرهای ناحیه‌ای در چهارچوب نظریه احتمال می‌باشد (۱۰) و به‌وسیله واریوگراف به‌عنوان ابزار بررسی کمی تغییرپذیری مکانی پدیده‌ها (۱۸)، الگوی مکانی مشاهدات را بررسی می‌کند. واریوگرافی که در طی آن اقدام به محاسبه تابع آماری سمی واریانس می‌شود، یکی از ابزارهای آماری مهم در برآورد ساختار تغییرات مکانی متغیرهای محیطی است (۸). این تابع آماری بیان‌کننده میزان وابستگی مشاهدات به‌عنوان تابعی از فاصله بین آنها بوده و بنابراین برای تعیین الگوی پراکنش داده‌ها در بعد مکان به‌کار برده می‌شود (۳، ۶، ۷ و ۱۷).

واریوگراف‌ها که در واقع مقدار تابع سمی واریانس را به‌ازای مقادیر مختلف فاصله در یک نمودار رسم می‌کنند در فواصل ابتدایی دارای تغییرات ناگهانی و سریع می‌باشند. بنابراین مقدار واریوگرام در مبدأ مختصات بیشتر از صفر است. عوامل گوناگونی مانند خطاهای نمونه‌برداری و آزمایشگاهی و تغییرات کوتاه دامنه‌ی ویژگی مورد مطالعه، در فواصل کوچک‌تر از کوتاه‌ترین فاصله نمونه‌برداری و سایر تغییرات غیرقابل پیش‌بینی، باعث جهش اولیه واریوگرام‌های تجربی و غیرپیوستگی آن در مبدأ مختصات می‌شوند. مقدار عددی واریوگرام در گام صفر را اثر قطعه‌ای و نسبت بین اثر قطعه‌ای و حدآستانه را اثر قطعه‌ای نسبی می‌نامند. این تغییرات معادل پدیده نویز سفید در علم فیزیک است (۱۰).

در علوم زیست محیطی تصور اینکه چنین نوسانات و

تغییرات، فاقد ساختار قابل توصیفی هستند مشکل و با واقعیت انطباق ندارد. به‌عنوان مثال با افزایش سطح منطقه مورد بررسی می‌توان اقدام به استخراج ساختاری نظام‌دار از درون نوسانات تصادفی به‌ظاهر نویز سفید نمود که در مقیاس‌های مکانی مختلف تکرارپذیر است. بدین ترتیب ماهیت سلسله مراتبی بودن تغییرات و نوسانات مکانی یک متغیر ناحیه‌ای را می‌توان با به‌کارگیری مفهوم فرکتال (Fractal Concept)، که بیان‌کننده نسبی بودن تغییرات است به‌صورت کمی توصیف کرد (۱۳).

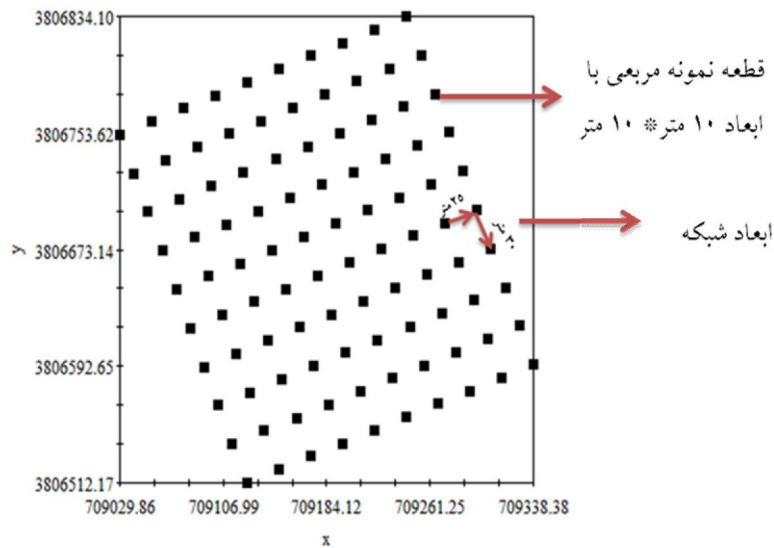
بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهند که بسیاری از ویژگی‌های خاک و گیاه دارای رفتاری فرکتالی است، بنابراین با استفاده از نظریه فرکتال می‌توان الگوی ساختاری تغییرات مکانی و یا زمانی آنها را بررسی کرد (۱۲).

فرکتال برای رفع مشکلات موجود در توصیف پدیده‌های طبیعی در علوم زیستی و اکولوژی استفاده می‌شود زیرا اندازه‌گیری مشخصه‌های طبیعت با ویژگی‌های پیچیده به‌وسیله هندسه اقلیدسی امکان ندارد. بعد فرکتالی برای توضیح اندازه پیچیدگی در این علوم به‌کار می‌رود (۱۱ و ۲۱).

در جنگلداری، هندسه فرکتالی در ارزیابی تراکم توده، توالی جنگل و توصیف و تحلیل فرم درختان به‌کار رفته است (۱۵)، ۲۱، ۲۳ و ۲۶). هم‌چنین در زمینه تنوع‌زیستی نیز پترسون و همکاران (۲۲) در عوامل موثر بر تنوع گونه‌های، ساختار فرکتالی یافتند. برای ارزیابی الگوی مکانی جوامع گیاهی نیز، لی (۲۰) از اصول هندسه فرکتالی استفاده نمود.

در اکوسیستم جنگلی زاگرس، تغییرات مکانی خاک و پوشش گیاهی تحت تأثیر مجموعه‌ای از عوامل فیزیکی و زیستی شامل توپوگرافی و عوامل انسانی بوده و الگوی توزیع آنها دارای نوسانات بسیار است. این جنگل‌ها از نظر تولید چوب صنعتی اهمیت ندارند، اما از نظر حفظ آب و جلوگیری از فرسایش خاک اهمیت فراوان دارند. از اینرو هنگامی که هدف برآورد مشخصه‌ای از این جنگل‌ها باشد، بیشتر بر تاج پوشش آنها تکیه می‌شود زیرا درختان این ناحیه از یک‌سو به سبب دخالت‌های انسانی و برداشت‌های بی‌رویه، اغلب دارای قطر





شکل ۲. الگوی نمونه برداری و موقعیت نمونه‌ها در منطقه مورد مطالعه

خودهمبستگی (Autocorrelation) هستند. خودهمبستگی را می‌توان از طریق نمودارها و شاخص‌های مختلف محاسبه نمود (۱۴). در این تحقیق نمودار خودهمبستگی با استفاده از نرم‌افزار ASTSA 1.3 بررسی شده است (۲۴).

#### نظریه فرکتال

واژه فرکتال در سال ۱۹۷۶ توسط ریاضیدان فرانسوی به‌نام بنوئیت مندلبروت وارد دنیای ریاضیات شد. مندلبروت وقتی که بر روی پژوهشی در مورد طول سواحل انگلیس مطالعه می‌کرد به این نتیجه رسید که هرگاه با مقیاس بزرگ این طول اندازه گرفته شود، مقدار آن کمتر از زمانی است که مقیاس کوچکتر باشد. بدین ترتیب با توجه به نامحدود بودن مقیاس اندازه‌گیری، در نهایت طول ساحل نامحدود به‌نظر می‌رسد. چنین نظریه‌ای به تحولی فراگیر در درک تصویری که تاکنون از بعد، وجود داشت منجر شد و علمی به‌نام هندسه فرکتال پایه‌گذاری شد (۸). هندسه فرکتال عبارت از هندسه پدیده‌ها و سیستم‌های ناهموار با مرز ناصاف و شکل ناقلیدسی است. در واقع هندسه فرکتال، بیان ریاضی از معماری طبیعت است (۱۹).

هندسه فراکتال بر خلاف هندسه اقلیدسی، روش بهتری

متغیر اندازه‌گیری شده در موقعیت مکانی  $i+h$  است. برای واریوگرام ایده‌آل، سه پارامتر را می‌توان به‌صورت اثر قطعه‌ای، حدآستانه یا سقف و دامنه تأثیر بیان کرد. اثر قطعه‌ای، واریانس مؤلفه غیرساختاری (تصادفی)، حدآستانه بیانگر تقریبی از واریانس کل و دامنه تأثیر تعیین کننده فاصله‌ای است که فراتر از آن هیچ همبستگی مکانی بین مشاهدات وجود ندارد (۱۰).

درجه وابستگی مکانی متغیرها براساس تقسیم واریانس اثر قطعه‌ای به حدآستانه (واریانس کل) ضرب در ۱۰۰ به‌دست می‌آید. چنانچه این نسبت کمتر از ۲۵٪ باشد همبستگی قوی، ۲۵-۷۵٪ همبستگی متوسط و بیشتر از ۷۵٪ همبستگی ضعیف خواهد بود (۲ و ۲۵). تحلیل ساختار مکانی با استفاده از واریوگرام و اعتبارسنجی آنها بر مبنای cross validation از طریق نرم افزار GS+ 5.1 انجام شد.

#### خودهمبستگی (Autocorrelation)

خودهمبستگی در صورتی ایجاد می‌شود که نمونه‌ها دارای همبستگی مکانی باشند. زمانی که در یک متغیر همبستگی مکانی (Spatial Dependency) وجود داشته باشد، نمونه‌های نزدیک‌تر شباهت بیشتری به هم دارند تا نمونه‌های دورتر، در این حالت اصطلاحاً گفته می‌شود که این نمونه‌ها دارای

جدول ۱. خلاصه آماری داده‌های تاج پوشش درختان و چگالی ظاهری خاک

متغیر	تعداد نمونه‌ها	میانگین	میانه	انحراف معیار	ضریب تغییرات (درصد)	کمینه	بیشینه	چولگی
تاج پوشش (درصد در پلات)	۱۰۰	۲۴/۴	۲۵	۲۰/۵	۸۴	۰	۸۰	۰/۶۵
چگالی ظاهری خاک ( $gr/cm^3$ )	۱۰۰	۰/۵۹	۰/۵۶	۰/۴	۶۷	۰/۲	۱/۹	۰/۴۳

تصور کرد. از طرف دیگر چنانچه یک روند خطی ساده در مقادیر اندازه‌گیری شده وجود داشته باشد در این صورت شیب خط برابر ۲ و بعد فرکتالی مساوی یک است. بدین ترتیب حداقل نوسانات نقطه به نقطه بین مقادیر مشاهداتی وجود داشته و تغییرات به‌طور عمده از نوع بلند دامنه می‌باشند (۸). استفاده از هندسه فرکتالی در اکولوژی باعث درک بهتر فرایندها و پدیده‌های طبیعی می‌شود و یک روش مناسب برای ارزیابی ساختار و الگوی پراکنش مکانی جوامع گیاهی با ساختار فرکتال و کمی کردن ویژگی‌های آنها است (۱۱).

### نتایج و بحث

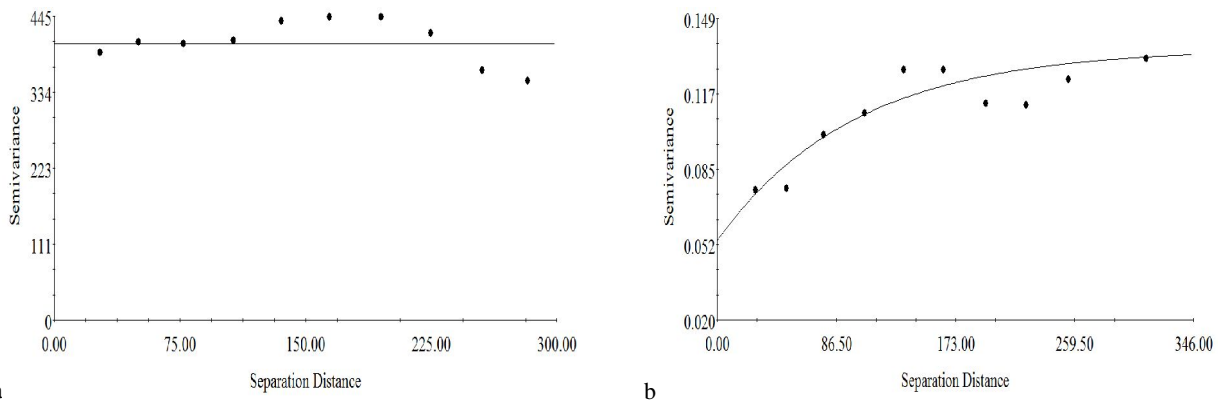
نتایج حاصل از جدول خلاصه آماری و آزمون نرمال (کولموگروف-اسمیرنوف) نشان دادند که توزیع داده‌ها در مورد هر دو پارامتر از توزیع نزدیک به نرمال پیروی می‌کند. با توجه به مقادیر پایین چولگی در مورد این متغیرها و نزدیک بودن میانگین و میانه (جدول ۱) در مورد آنها که می‌تواند بیانگر توزیع نسبتاً نرمال این متغیرها باشد (۹). آنالیزها برحسب داده‌های اصلی صورت گرفت. خلاصه آماری داده‌های تاج پوشش و چگالی ظاهری خاک در جدول ۱ آمده است.

براساس نتایج به‌دست آمده، میانگین درصد تاج پوشش درختان ۲۲/۴ در پلات و ضریب تغییرات آن برابر با ۸۴ درصد است. در مورد چگالی ظاهری خاک، میانگین و ضریب تغییرات به‌ترتیب برابر با ۰/۵۹ و ۶۷ درصد می‌باشند. چگالی خاک‌های جنگلی از ۰/۲، در برخی لایه‌های آلی، تا حدود ۱/۹، در شن‌های دانه درشت، متغیر است. خاک‌های دارای خلل و فرج

برای توضیح پدیده‌های طبیعی است و ساختارهای پیچیده جوامع گیاهی از جمله جنگل‌ها را به‌خوبی می‌تواند ارزیابی کند (۱۱). زبانی که این هندسه به‌وسیله آن بیان می‌شود الگوریتم نام دارد که با آن، اشیاء مرکب می‌توانند به فرمول‌ها و قوانین ساده‌تری ترجمه و خلاصه شوند. اشکال فرکتال با فرایندهای پویا تولید شده و دارای خاصیت خودهمانندی یا به تعبیر دیگر self-similarity هستند که بیان‌کننده تشابه ظاهری در یک و یا تمامی جهات و مقیاس‌هاست. به‌عبارت دیگر خود تشابهی آماری بیان‌کننده حالتی است که الگوی تغییرات موردنظر در یک مقیاس معین، در دیگر مقیاس‌ها نیز تکرار می‌شود (۱۳).

به‌منظور توصیف خودتشابهی در یک پدیده از پارامتری به‌نام بعد فرکتالی استفاده می‌شود. روش‌های مختلفی برای محاسبه بعد فرکتالی پدیده‌های طبیعی وجود دارد. بورو از تابع سمی‌واریانس به‌عنوان ابزاری برای محاسبه بعد فرکتالی متغیرهای محیطی استفاده کرد (۱۲). وی از لگاریتم سمی‌واریانس به‌عنوان تابعی از لگاریتم فاصله و مناسب‌ترین خط برگشت برازش داده شده به آن استفاده کرد. از آنجایی که مقدار عددی  $D$  (Fractal Dimension) انعکاسی از نوسانات کوتاه دامنه و بلند دامنه در فضای مورد مطالعه است، بنابراین مقادیر بزرگ‌تر  $D$  نشان دهنده اهمیت و غالب بودن تغییرات کوتاه دامنه و برعکس می‌باشند.

در شرایط نویز سفید، شیب خط برابر صفر بوده و در نتیجه بعد فرکتال مساوی ۲ خواهد بود. این بدان معناست که مقادیر متوالی اندازه‌گیری شده برای یک متغیر تقریباً مستقل از یکدیگر بوده و هیچ‌گونه وابستگی مکانی بین مقادیر موردنظر نمی‌توان



شکل ۳. واریوگرام‌های تجربی و مدل‌های برازش داده شده به داده‌های a: درصد تاج پوشش درختان و b: چگالی ظاهری خاک

جدول ۲. پارامترهای مدل برازش داده شده بر واریوگرام‌های درصد تاج پوشش درختان و چگالی ظاهری خاک

RSS	ضریب رگرسیون اعتبارسنجی ( $R^2$ )	کلاس همبستگی مکانی	اثر قطعه‌ای/حد آستانه (%)	دامنه تاثیر (متر)	حد آستانه	اثر قطعه‌ای	مدل	متغیر
۱۰۵۸	۰/۱۸	فاقد همبستگی مکانی	۱۰۰	۳۱۰	۴۰۴/۷	۴۰۴/۷	خطی	تاج پوشش
۱/۰۳	۰/۷۹	متوسط	۴۰	۱۰۰	۰/۱۳۶	۰/۰۵۴	نمایی	چگالی خاک

است.

#### خودهمبستگی

نمودارهای خودهمبستگی دو متغیر مورد بررسی در شکل ۴ آمده است. براساس این نمودارها چنانچه گام‌های خودهمبستگی، بالاتر از خطوط حدود اعتماد قرار گیرند متغیر مورد بررسی دارای خودهمبستگی می‌باشد. بدیهی است که مقدار خودهمبستگی بین -۱ و +۱ خواهد بود. همان‌گونه که مشاهده می‌شود هیچ‌کدام خودهمبستگی ندارند. این نمودارها در واقع تایید کننده عدم وجود ساختار مکانی مشخص برای متغیرهاست. اگرچه چگالی ظاهری خاک دارای ساختار مکانی متوسط با مدل سقف‌دار است اما این ساختار نیز قوی نیست و با بررسی خودهمبستگی نیز اثری از همبستگی مکانی دیده نشد.

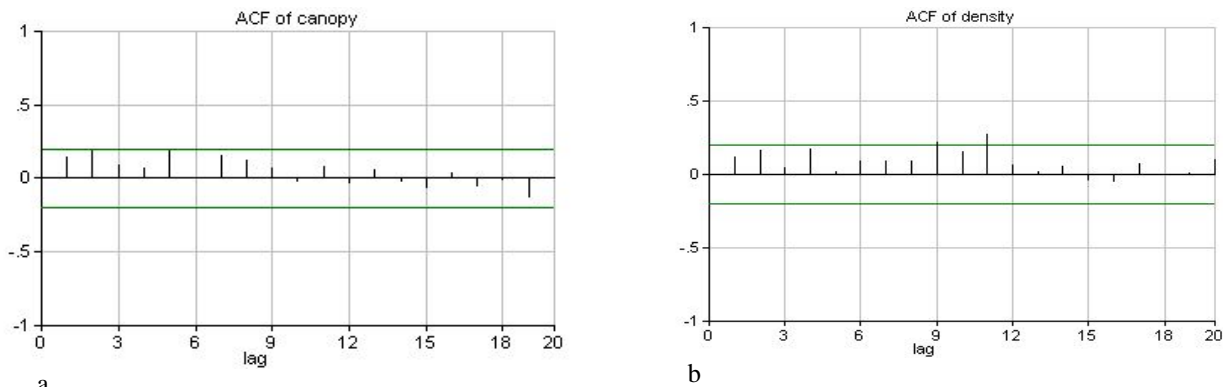
#### تجزیه و تحلیل فرکتالی الگوی تغییرات مکانی

نوسانات مقادیر متغیرهای مورد بررسی در شکل ۵ نمایش داده

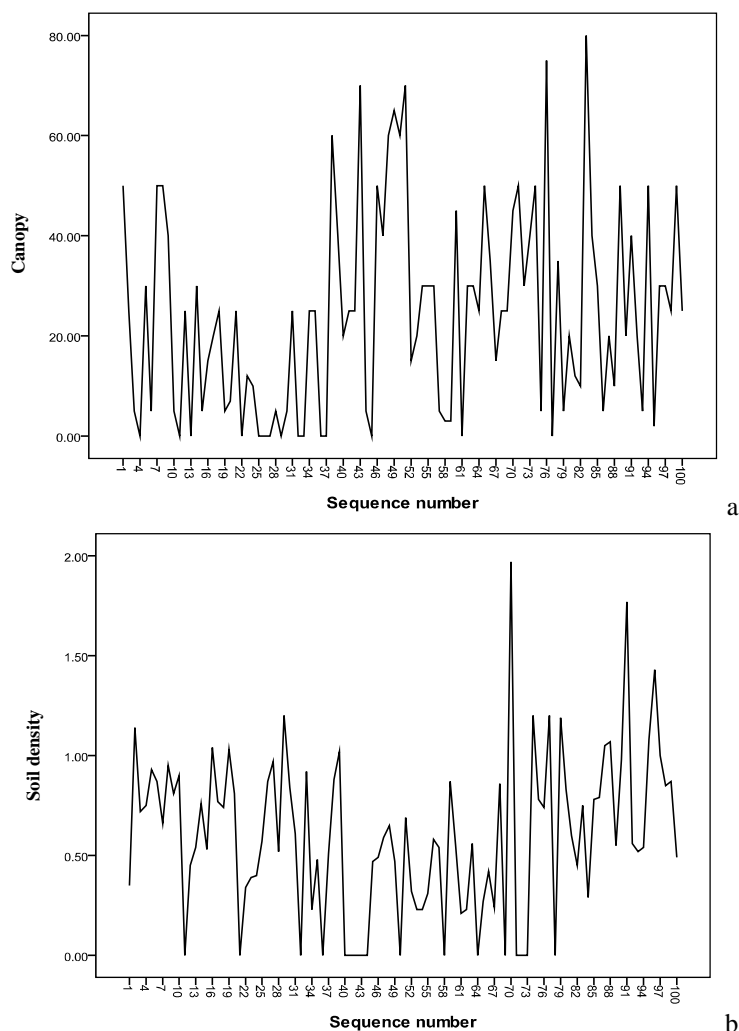
زیاد، چگالی کم و خاک‌های فشرده شده چگالی بیشتری دارند. این ویژگی خاک، توسط جانوران علف‌خوار و استفاده تفرجگاهی وسیع به‌ویژه در خاک‌های ریز بافت افزایش می‌یابد (۱۶).

#### تجزیه و تحلیل ساختار تغییرات مکانی (واریوگرام)

واریوگرام‌های تجربی محاسبه شده و ضرایب مدل‌های نظری برازش داده شده بر آنها به ترتیب در شکل ۳ و جدول ۲ آمده است. نتایج نشان می‌دهد که چگالی ظاهری خاک دارای ساختار مکانی متوسط با مدل نمایی اما با توجه به اثر قطعه‌ای آن، نزدیک به تصادفی است. تاج پوشش نیز فاقد ساختار مکانی مشخص (مدل خطی) می‌باشد. در واقع واریانس مشاهدات با افزایش ابعاد منطقه مطالعاتی سیری صعودی داشته و حد آستانه‌ای برای واریانس آنها نمی‌توان تعیین کرد. این رفتار می‌تواند بیان کننده شدت ناهمگنی مکانی در این ویژگی‌ها در این منطقه باشد (۸). وجود ناهمگنی زیاد در پراکنش پوشش گیاهی عامل وجود چنین ساختارهایی در خاک و درختان



شکل ۴. نمودار خودهمبستگی داده‌های **a**: تاج پوشش درختان و **b**: چگالی ظاهری خاک خطوط سبز در دو طرف گام‌ها بیانگر حدود اعتماد هستند. **Lag**: گام یا فاصله می‌باشد.



شکل ۵. نوسانات مقادیر متغیرها در محدوده نمونه‌برداری **a**: درصد تاج پوشش درختان و **b**: چگالی ظاهری خاک

## جدول ۳. ابعاد فرکتالی محاسبه شده برای متغیرها

متغیر اندازه‌گیری شده	بعد فرکتالی (D)
درصد تاج پوشش	۱/۹۸
چگالی ظاهری خاک	۱/۹۳

شده است. مقادیر بعد فرکتالی محاسبه شده نیز در جدول ۳ آمده است.

الگوی تغییرات مکانی دو متغیر دارای نوسانات زیادی می‌باشد. هرچند نوسانات چگالی ظاهری خاک کمتر از تاج پوشش است اما مقدار بعد فرکتالی هر دو بالاست. این بیانگر غالب بودن نوسانات و تغییرات کوتاه دامنه در این ناحیه است (۸). واریوگرام‌های مربوط نیز به‌خوبی این موضوع را نشان می‌دهند. بررسی نحوه پراکنش و رفتار فرکتالی متغیرها نشان می‌دهد که نوسانات شدیدی در منطقه وجود دارد و تغییرات مکانی دارای ساختار و نظام‌مندی مشخصی نیست. ساختار، واریوگرام‌ها، میزان اثر قطعه‌ای بالا و عدم وجود خودهمبستگی دلالت بر این موضوع دارند. اگرچه واریوگرام چگالی خاک توسط مدل دارای حدآستانه (نمایی) برآزش داده شده است ولی اثر قطعه‌ای نسبی حاکی از زیاد بودن نوسانات در مقیاس کوتاه دامنه می‌باشد.

بررسی این دو متغیر نشان می‌دهد که دارای خصوصیت فرکتالی هستند. اگرچه مطالعه مشابهی در اکوسیستم جنگل به‌منظور مقایسه نتایج این تحقیق در دسترس نمی‌باشد اما مقادیر محاسبه شده بعد فرکتالی با نتایج مطالعه محمدی و رئیس (۸) مطابقت می‌کند. در تحقیق آنها نیز محاسبه بعد

فرکتالی برخی ویژگی‌های خاک با استفاده از روش واریوگرام به اعداد بزرگی منجر شد که در حقیقت بیان‌کننده همبستگی اندک مکانی بین مقادیر متغیرهای مورد بررسی بوده است. آگارد و هارتویگسن نیز (۱۱) از پارامتر D برای ارزیابی الگوی مکانی رشد جوامع گیاهی در جنگل استفاده کردند. آنها بیان می‌کنند که عدد بعد فرکتال شاخص مناسبی برای ارزیابی و مقایسه شکل و روند رشد پوشش گیاهی در جنگل است. اعداد D در این تحقیق با افزایش مراحل توالی افزایش یافته و بیشتر از ۲ شده است که بیانگر ساختار تو در تو و فرکتالی پوشش گیاهی در این جنگل است.

## نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از به‌کارگیری نظریه فرکتالی نشان داد که متغیرهای مورد بررسی دارای ویژگی فرکتالی هستند. یعنی با افزایش سطح مطالعاتی، تغییرات مکانی متغیرها با جزئیات بیشتری آشکار می‌شود. بعد فرکتال که می‌توان آن را با استفاده از واریوگرام محاسبه کرد، شاخص مناسبی برای حضور و اهمیت مقیاس‌های تو در تو تغییرات مکانی متغیرهای مورد بررسی است. از طرفی مقادیر بعد فرکتال و نوسانات متغیرها حاکی از تغییرات شدید آنهاست که به‌نظر می‌رسد به‌علت تخریب و فشار بر اکوسیستم، نوسان متغیرها شدید و همبستگی مکانی آنها کم شده به‌گونه‌ای که مقادیر عددی آنها را می‌توان مستقل از یکدیگر قلمداد کرد. به‌طور کلی از بعد فرکتال می‌توان به‌عنوان یک شاخص آماری برای توصیف تغییرات پدیده‌های طبیعی در جنگل استفاده نمود.

## منابع مورد استفاده

۱. اخوان، ر.، م. کرمی و ج. سوسنی. ۱۳۹۰ کاربرد دو روش کریجینگ و IDW در پهنه‌بندی تراکم و تاج پوشش جنگل‌های شاخه‌زاد بلوط (مطالعه موردی: منطقه کاکارضای خرم‌آباد لرستان). *مجله جنگل ایران*، ۳ (۴): ۳۱۶-۳۰۵.
۲. افشار، ح.، م. ح. صالحی، ج. محمدی و ع. محنت کش. ۱۳۸۸. تغییرپذیری مکانی ویژگی‌های خاک و عملکرد گندم در یک نقشه تناسب کمی (مطالعه موردی: منطقه شهرکیان، استان چهارمحال و بختیاری). *مجله آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)*، ۲۳



(۱): ۱۷۲-۱۶۱.

۳. حسنی‌پاک، ع. ۱۳۷۷. زمین‌آمار. انتشارات دانشگاه تهران، ۳۱۴ ص.
۴. رضایی، ع.، ر. اخوان، ج. سوسنی و م. پورهاشمی. ۱۳۹۳. کارایی کریجینگ در پهنه‌بندی تراکم و تاج پوشش جنگل‌های بلوط ناحیه زاگرس (مطالعه موردی: منطقه دادآباد خرم‌آباد لرستان). جنگل و فرآورده‌های چوب، مجله منابع طبیعی ایران، ۶۷ (۳): ۳۷۰-۳۵۹.
۵. زرین کفش، م. ۱۳۷۲. خاکشناسی کاربردی. انتشارات دانشگاه تهران، ۲۳۶ ص.
۶. محمدی، ج. ۱۳۷۷. مطالعه تغییرات مکانی شوری خاک در منطقه رامهرمز (خوزستان) با استفاده از نظریه ژئواستاتستیک، ۱- کریجینگ. مجله علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی علوم آب و خاک، ۲ (۴): ۶۳-۴۹.
۷. محمدی، ج. ۱۳۸۰. مروری بر مبانی ژئواستاتستیک و کاربرد آن در خاک‌شناسی، مجله علوم خاک و آب، ۵۱ (۱): ۱۲۲-۹۹.
۸. محمدی، ج. و ف. رئیسی گهرویی. ۱۳۸۲. توصیف فرکتالی اثرات فرق دراز مدت و چرای مفرط بر الگوی تغییرات مکانی شماری از ویژگی‌های شیمیایی خاک. علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی علوم آب و خاک، ۷ (۴): ۳۶-۲۵.
۹. محمدی، ج. ۱۳۸۵. a. پدومتری، جلد اول: آمار کلاسیک (تک‌متغیره و چندمتغیره)، انتشارات پلک تهران، ۵۳۱ ص.
۱۰. محمدی، ج. ۱۳۸۵. b. پدومتری: آمار مکانی (ژئواستاتستیک)، انتشارات پلک تهران، ۴۵۳ ص.
11. Aagaard, K. and G. Hartvigsen. 2014. Assessing spatial patterns of plant communities at varying stages of succession. *Applied Mathematics* 5: 1842-1851.
12. Burrough, P. A. 1981. Fractal dimensions of landscapes and other environmental data. *Nature* 294: 240-242.
13. Burrough, P. A. 1983. Multiscale sources of spatial variation in soil 1. The application of fractal concepts to nested levels of soil variation. *European Journal of soil science* 34: 577-597.
14. Dormann, C. F., J. M. McPherson, M. B. Araujo, R. Bivand, J. Bolliger, G. Carl, R.G. Davies, A. Hirzel, W. Jetz, D.W. Kissling, L. Kuhn, R. Ohlemuller, P. R. Peres-Neto, B. Reineking, B. Schroder, F. M. Schurr and R. Wilson. 2007. Methods to account for spatial autocorrelation in the analysis of species distributional data: a review. *Ecography* 30: 609-628.
15. Enquist, B. J., G. B. West, E. L. Charnov and J. H. Brown. 1999. Allometric scaling of production and life-history variation in vascular plants. *Nature* 401(6756): 907-911.
16. Fisher, R. and D. Binkley. 1999. Ecology and Management of Forest Soil. JohnWiley & Sons Press. New York, 489p.
17. Goovaerts, P. 1999. Geostatistics in soil science: state-of-the-art and perspectives. *Geoderma* 89: 1-45.
18. Gringarten, E. and C. V. Deutsch. 2001. Teacher's aide, Variogram interpretation and modeling. *Mathematical Geology* 33(4):507-534.
19. Holling, C. S. 1992. Cross-scale morphology, geometry, and dynamics of ecosystems. *Ecological Monographs* 62(4): 447-502.
20. Li, B. L. 2000. Fractal geometry applications in description of patch patterns and patch dynamics. *Ecological Modelling* 132: 33-50.
21. Long, C. Y., Y. Zhao and H. Jafari. 2014. Mathematical models arising in the fractal forest Gap via local fractional calculus. *Abstract and Applied Analysis*: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/782393>. Site visited on 08.12.2014.
22. Peterson, G., G. R. Allen and C. S. Holling. 1998. Ecological resilience, biodiversity, and scale. *Ecosystems* 1: 6-18.
23. Peterson, G. 2000. Scaling ecological dynamics: self-organization, hierarchical structure, and ecological resilience. *Climatic Change* 44(3): 291-309.
24. Stoffer, D. 2014. ASTSA, Applied Statistical Time Series Analysis. <http://www.stat.pitt.edu/stoffe/tsa3>. Site visited on 10.08.14.
25. Sun, B., S. Zhou and Q. Zhao. 2003. Evaluation of spatial and temporal changes of soil quality based on geostatistical analysis in the hill region of subtropical China. *Geoderma* 115: 85-99.
26. West, G. B., J. H. Brown and B. J. Enquist. 1997. A general model for the origin of allometric scaling laws in biology. *Science* 276 (5309): 122-126.